R 学习笔记

R 中的极大似然估计

胡荣兴 hurongxing@126.com

什么？你问我什么是**极大似然估计**么？这个嘛，看看你手边的概率或统计教材吧。没有么？那就到维基百科上去看看。

1. 数据与模型

我们要使用的数据来自于“MASS”包中的 geyser 数据。先把数据调出来，看看它长什么样子。

```
> data(geyser,package="MASS")
> geyser
      waiting   duration
1          80  4.0166667
2          71  2.1500000
3          57  4.0000000
4          80  4.0000000
5          75  4.0000000
.....     .....     .....
```

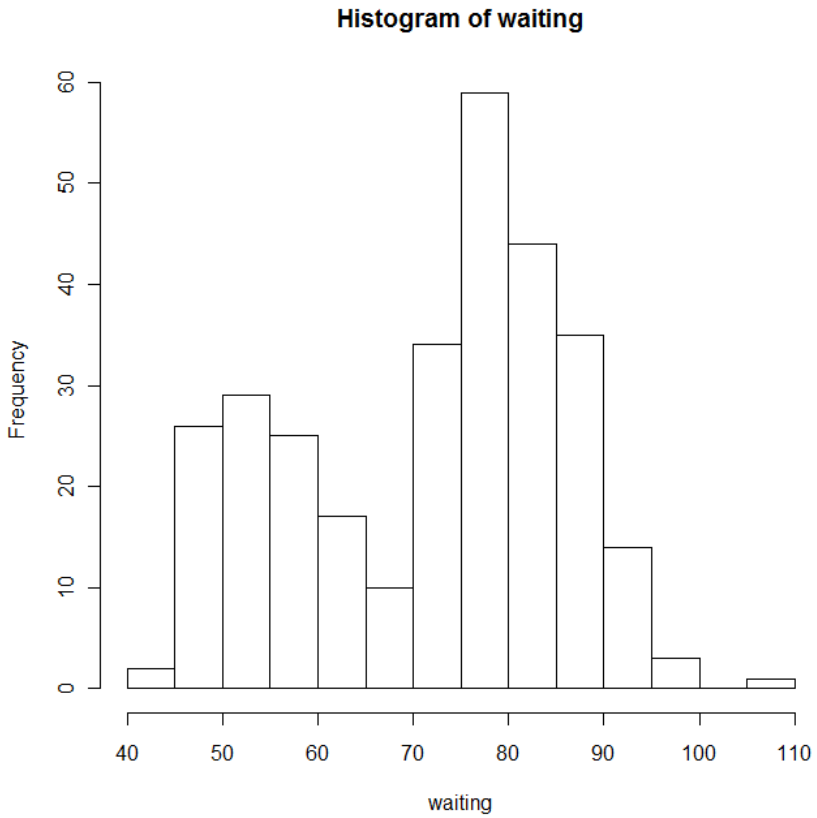
该数据采集自美国黄石公园内的一个名叫 Old Faithful 的喷泉。“waiting”就是喷泉两次喷发的间隔时间，“duration”当然就是指每次喷发的持续时间。在这里，我们只用到“waiting”数据，为了简单一点，可以使用 attach()函数。

```
> attach(geyser)
```

2. 模型

绘制出数据的频率分布直方图：

```
> hist(waiting)
```



从图中可以看出，其分布是两个正态分布的混合。可以用如下的分布函数来描述该数据

$$f(x) = pN(x_i;\mu_1,\sigma_1) + (1-p)N(x_i;\mu_2,\sigma_2)$$

该函数中有 5 个参数 p 、 μ_1 、 σ_1 、 μ_2 、 σ_2 需要确定。上述分布函数的对数极大似然函数为：

$$l = \sum_{i=1}^{n} \log\{pN(x_i;\mu_1,\sigma_1) + (1-p)N(x_i;\mu_2,\sigma_2)\}$$

3. 估计

3.1. 在 R 中定义对数似然函数：

```
> #定义 log-likelihood 函数
> LL<-function(params,data)
+ {#参数"params"是一个向量，依次包含了五个参数：p,mu1,sigma1,
+   #mu2,sigma2.
+   #参数"data"，是观测数据。

+ t1<-dnorm(data,params[2],params[3])
+ t2<-dnorm(data,params[4],params[5])
+ #这里的 dnorm()函数是用来生成正态密度函数的。
```

```
+ f<-params[1]*t1+(1-params[1])*t2
+ #混合密度函数

+ ll<-sum(log(f))
+ #log-likelihood 函数

+ return(-ll)
+ #nlminb()函数是最小化一个函数的值，但我们是要最大化 log-
+ #likeilhood 函数，所以需要在“ll”前加个“-”号。
+ }
```

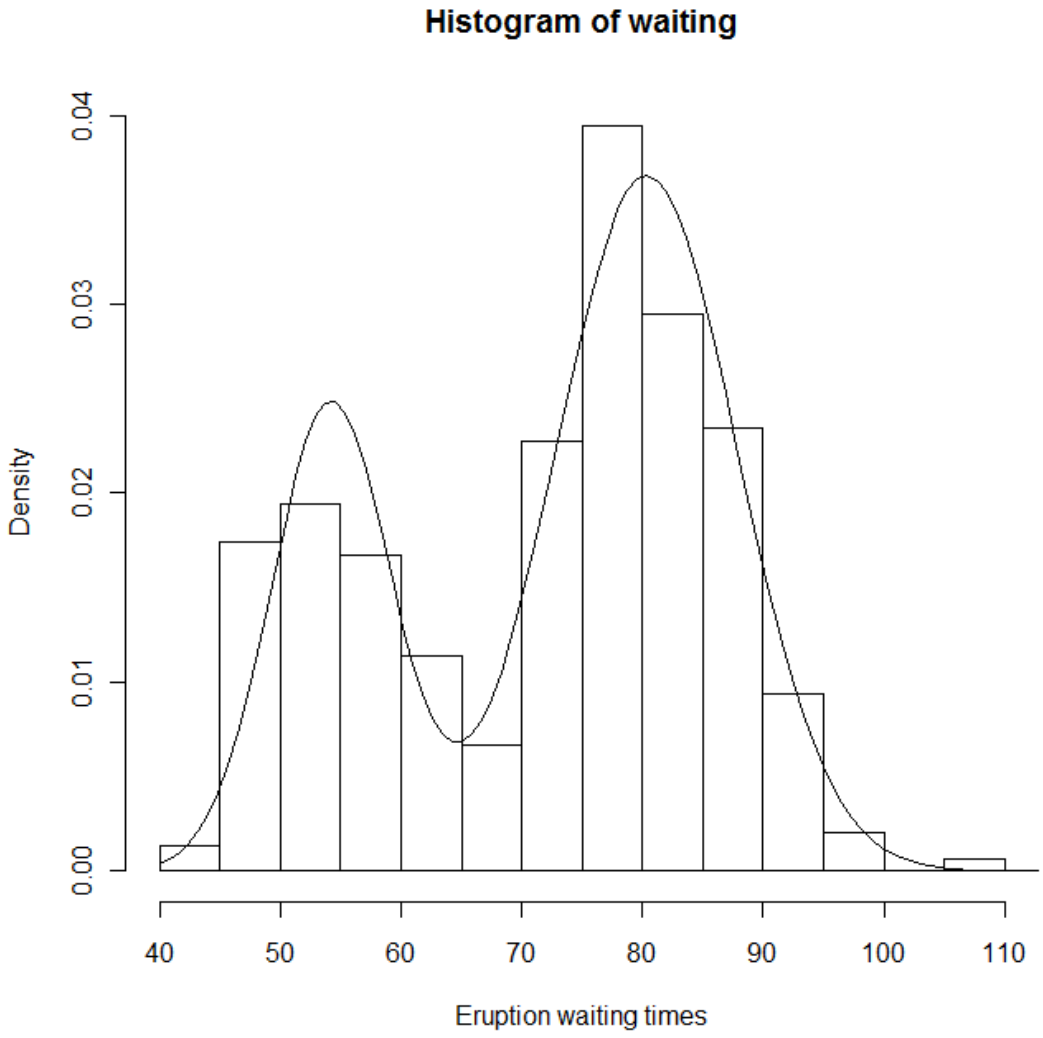
3.2. 参数估计

```
> #用 hist 函数找出初始值
> hist(waiting,freq=F)
> lines(density(waiting))

> #估计函数####optim####
> geyser.res<-nlminb(c(0.5,50,10,80,10),LL,data=waiting,
+ lower=c(0.0001,-Inf,0.0001,-Inf,-Inf,0.0001),
+ upper=c(0.9999,Inf,Inf,Inf,Inf))
> #初始值为 p=0.5,mu1=50,sigma1=10,mu2=80,sigma2=10
> #LL 是被最小化的函数。
> #data 是估计用的数据
> #lower 和 upper 分别指定参数的上界和下界。
```

3.3. 估计结果

```
> #查看估计的参数
> geyser.res$par
[1]    0.3075937    54.2026518    4.9520026    80.3603085    7.5076330

> #拟合的效果
> X<-seq(40,120,length=100)
>#读出估计的参数
> p<-geyser.res$par[1]
> mu1<-geyser.res$par[2]
> sig1<-geyser.res$par[3]
> mu2<-geyser.res$par[4]
> sig2<-geyser.res$par[5]
```

```
>#将估计的参数函数代入原密度函数。
> f<-p*dnorm(X,mu1,sig1)+(1-p)*dnorm(X,mu2,sig2)
>#作出数据的直方图
> hist(waiting,probability=T,col=0,ylab="Density",
+ ylim=c(0,0.04),xlab="Eruption waiting times")
>#画出拟合的曲线
> lines(X,f)
```




```
> detach()
```

小结：从上面的例子可以看出，在 R 中作极大似然估计，主要就是定义似然后函数，然后再用 nlminb 函数对参数进行估计。

参考文献：

- Brian S. Everitt(2002). *A Handbook of Statistical Analyses Using S-Plus*(Second Edition). CRC Press LLC